

БИЛЕТ №1

ВОПРОСЫ

1. Найти общее решение ДУ: $3y'' + y = 0$.
2. Под каким углом интегральные кривые ДУ $y' = \frac{2y+3x}{4y^2-3x}$ пересекают ось OX ?
3. В каких точках не выполняются условия теоремы существования и единственности для ДУ $y'(1+x^2) = \operatorname{tg}(x+y)$?
4. Линейной комбинацией каких функций является оригинал $f(t)$, если $F(p) = \frac{4p+5}{p^2(p-3)}$?
5. Если $f(t) \div \frac{p-3i}{(p+2)^4}$, то $e^{(2-3i)t} f(t) \div$?
6. Сходится ли ряд, если его частичная сумма равна $S_n = \frac{2n+1}{3n+4}$?
7. Является ли сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ необходимым условием сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$?
8. Сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x+7}{x+8}\right)^n$ в точке $x = 1$?
9. Если разложение функции в ряд Маклорена имеет вид $f(x) = x/2 - x^2/3 + x^3/4 - \dots$, то $f'(0) =$?
10. Чему равен коэффициент a_0 ряда Фурье функции $f(t) = 1 - t$ на отрезке $[-1, 1]$?

ЗАДАЧИ

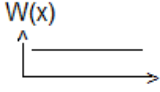
1. Решить задачу Коши $y' + 2xy = e^{-x^2}$, $y(0) = -3$.
2. Решить интегральное уравнение $\int_0^t y(\tau)(t-\tau)^2 d\tau = t^3/3$.
3. Найти коэффициент b_3 разложения в ряд Фурье функции по синусам $f(t) = 2$, $t \in [0; 3]$.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Теорема о суперпозиции решений ЛДУ и следствия из нее.

БИЛЕТ №2

ВОПРОСЫ

1. Какова область регулярности ДУ $y' = \sqrt{1 - xy}$?
2. Найти общее решение ДУ: $y'' + 3y = 0$.
3.  Может ли график вронскиана, построенного на двух решениях ОЛДУ 2-ого порядка иметь такой вид?
4. Найти изображение $f(t/3)$, если $f(t) \div \frac{p^2}{p^3 - 3p^2 + 27}$.
5. Линейной комбинацией каких функций является оригинал $f(t)$, если $F(p) = \frac{-3p+4}{p^2 - 6p + 13}$?
6. Сходится ли ряд, если его частичная сумма равна $S_n = (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{3n+4}$?
7. Является ли сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ достаточным условием сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$?
8. Если разложение функции в ряд Маклорена имеет вид $f(x) = x/2 - x^2/3 + x^3/4 - \dots$, то $f''(0) = ?$
9. Чему равно $S(3)$, где $S(t)$ сумма ряда Фурье функции $f(t) = \{t\}$ на отрезке $[-4, 4]$?
10. Выразить через интеграл коэффициент b_3 ряда Фурье функции $f(x) = e^t$ на отрезке $[-1/2; 1/2]$

ЗАДАЧИ

1. Решить задачу Коши $2\cos^2 x (y + 1)y' = 1$, $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$.
2. Решить задачу Коши операционным методом: $\{x'' + x' - 2x = e^t, x(0) = 0, x'(0) = 0$.
3. Вычислить $\cos \sqrt{2}$ с точностью до 0.02.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Теорема об определителе Вронского .

БИЛЕТ №3

ВОПРОСЫ

1. Является ли функция $y = \ln x$ решением ДУ $xyu' - \ln x = 0$?
2. Под каким углом интегральные кривые ДУ $y' = \sqrt{3}e^{xy}$ пересекают ось OY ?
3. Найти общее решение ДУ $yy' + x = 0$.
4. Если $f(t) \div \frac{p-\pi}{(p+\pi)^2}$, то $e^{\pi t} f(t) \div$?
5. Линейной комбинацией каких функций является оригинал $f(t)$, если $F(p) = \frac{-5p+7}{(p^2+9)(p^2-4)}$?
6. Сходится ли ряд, если $S_n = \frac{n^2+1}{3n+4}$ частичная сумма этого ряда?
7. $0 \leq u_n \leq v_n \forall n$. Является ли сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ достаточным условием сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$?
8. Какова область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{x}{3})^n$?
9. Если разложение функции в ряд Маклорена имеет вид $f(x) = x - 2x^2 + 3x^3 - \dots$, то $f''(0) =$?
10. Чему равняется $S(-2)$, где $S(t)$ сумма ряда Фурье функции $f(t) = [t]$ на отрезке $[-\pi, \pi]$?

ЗАДАЧИ

1. Решить задачу Коши: $y'' - y' - 2y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$.
2. Решить задачу Коши операционным методом: $\{x' - x = 2te^t, x(0) = 3$.
3. Найти коэффициент a_2 разложения в ряд Фурье по косинусам функции $f(t) = t$, $t \in [0; 2\pi]$.

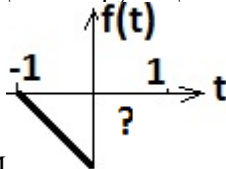
ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Теорема о структуре общего решения ОЛДУ.

БИЛЕТ №4

ВОПРОСЫ

1. Какова область регулярности ДУ $y' = \sqrt[3]{x^2 + y^2 - 4}$?
2. Под каким углом интегральные кривые ДУ $\sqrt{3}y' = e^{xy}$ пересекают ось OX ?
3. Решить задачу Коши: $xy' = -y^2$, $y(e) = 1$.
4. Найти изображение свертки $1 * t$.
5. Найти изображение функции $f(t) = \pi + 2t^3 - 3e^{4t} + 5 \sin(t/2)$.
6. Сходится ли ряд, если его частичная сумма равна $S_n = \frac{3n+4}{n^2+1}$?
7. Какова область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (2x)^n$?
8. Разложить в ряд Тейлора функцию $f(x) = e^{-x}$ в окрестности точки $x_0 = -1$.
9. Постройте над отрезком $[-3; 3]$ график суммы $S(t)$ ряда Фурье, построенного по функции $f(t) = t$, где $t \in [-1, 1]$.
10. Доопределите функцию $f(t)$ на отрезок $[0; 1]$ так, чтобы она разлагалась в ряд Фурье только по



синусам

ЗАДАЧИ

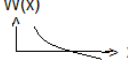
1. Решить задачу Коши $9y'' + y = 0$, $y(3\pi/2) = 0$, $y'(3\pi/2) = 1$.
2. Решить задачу Коши операционным методом: $\{x'' - 2x' - 3x = e^{-t}, x(0) = 0, x'(0) = 0$.
3. Вычислить $\ln 1.6$ с точностью $\varepsilon = 0.03$.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Теорема о структуре общего решения неоднородного ЛДУ.

БИЛЕТ №5

ВОПРОСЫ

1. Составить уравнение касательной к интегральной кривой ДУ $xy' = 3x + y^2$, проходящей через точку $(-1, 3)$.
2.  Может ли график вронскиана, построенного на двух решениях ОЛДУ второго порядка иметь такой вид?
3. Найти изображение функции $f(t) = \int_0^t e^{-3\tau} \sin 2\tau d\tau$.
4. Найти изображение свертки функций $t * t$.
5. Найти сумму ряда, если его частичная сумма равна $S_n = \frac{3n+4}{n+1}$.
6. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{n^2}$.
7. Написать три первых члена разложения функции $f(x) = \ln x$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$.
8. $c_0 = -2 + 3i$ – коэффициент ряда Фурье в комплексной форме функции $f(x)$. Чему равен коэффициент a_0 тригонометрического ряда Фурье этой же функции?
9. Выразить через интеграл коэффициент b_5 ряда Фурье функции $f(t) = \cos(1 + 3t)$ на отрезке $[-e; e]$.
10. Комплексная форма ряда Фурье функции $f(t)$ имеет вид $\sum_{n=-\infty}^{\infty} (\frac{2}{n^3+2} + \frac{i}{n^2+1}) e^{in\omega t}$. Является ли функция $f(t)$ комплексно- или вещественнозначущей?

ЗАДАЧИ

1. Найти общее решение ДУ: $y'' + y' = (2x + 1)e^{-x}$.
2. Решить интегральное уравнение $\int_0^t y(\tau) e^{t-\tau} d\tau = t$.
3. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} (n + 1)(2x)^n$.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Теорема о решении ОЛДУ с постоянными коэффициентами.

БИЛЕТ №6

ВОПРОСЫ

1. Составить уравнение нормали к интегральной кривой ДУ $xy' = 3x + y^2$, проходящей через точку $(-1, 3)$.
2. Решить задачу Коши $xy' = y$, $y(2) = 3$.
3. Общим решением какого ОЛДУ является функция $y = e^{-x}(C_1 + xC_2)$?
4. Найти изображение функции $f(t) = \int_0^t \cos 3\tau e^{4\tau} d\tau$.
5. Найти изображение функции $f(t) = (t - 2)\eta(t - 2)$.
6. Найти сумму ряда, если его частичная сумма равна $S_n = \frac{3n+4}{1-2n}$.
7. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (x - 1)^n$.
8. Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x) = \frac{2}{1-3x}$.
9. Чему равняется $S(-\pi)$, где $S(t)$ сумма ряда Фурье функции $f(t) = e^t$ на отрезке $[-\pi, \pi]$?
10. Комплексная форма ряда Фурье функции $f(t)$ имеет вид $\sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega t}$, где $C_0 = 0$ и $C_n = \frac{2i}{n^3}$, если $n \neq 0$. Является ли функция $f(t)$ комплексно- или вещественнозначущей?

ЗАДАЧИ

1. Решить задачу Коши: $y'' + 4y' + 4y = 0$, $y(1) = 0$, $y'(1) = 1/e^2$.
2. Решить интегральное уравнение $\int_0^t y(t - \tau)e^{\tau} d\tau = t$.
3. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)!}$.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Лемма о линейности дифференциального оператора.

БИЛЕТ №7

ВОПРОСЫ

1. В каких точках плоскости интегральные кривые ДУ $y' = xy$ наклонены к оси OX под углом 45° ?
2. Общим решением какого ОЛДУ является функция $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$?
3. Найти вронскиан двух решений ОЛДУ $y'' + xy = 0$.
4. Найти оригинал функции $F(p) = \frac{e^{-p}}{p+1}$.
5. Является ли функция $f(t) = \eta(t) \operatorname{tg} t$ оригиналом?
6. Найти общий член ряда, если его частичная сумма равна $S_n = \frac{2n}{n+1}$.
7. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ равен 2. Каков интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} n c_n x^{n-1}$?
8. Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x) = \frac{3}{1+3x}$.
9. Чему равняется $S(\pi)$, где $S(t)$ сумма ряда Фурье функции $f(t) = e^{-t}$ на отрезке $[-\pi, \pi]$?
10. Комплексная форма ряда Фурье функции $f(t)$ имеет вид $\sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega t}$, где $C_n = \frac{i}{n^2}$, если $n \neq 0$, и $C_0 = 2i$. Является функция $f(t)$ чисто комплексной или вещественнозначущей?

ЗАДАЧИ

1. Решить задачу Коши: $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{2}{\cos x}$, $y(0) = -3$.
2. Решить интегральное уравнение $2t + \int_0^t y(t-\tau) d\tau + y(t) = 0$.
3. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3n+4}$ на сходимость.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Теорема смещения.

БИЛЕТ №8
ВОПРОСЫ

1. Решить задачу Коши: $yy' + x = 0$, $y(2) = 0$.
2. Общим решением какого ОЛДУ является функция $y = e^x(C_1 \cos 2x + \sin 2x C_2)$?
3. Найти оригинал функции $F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2}$.
4. Найти изображение функции $tf(t)$, если $f(t) \div \ln \frac{p-1}{p}$.
5. Что можно сказать о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, если $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$?
6. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n-1}}{n^2}$.
7. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} c_n x^n$ равен 1. Каков интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} c_n (x+1)^n$?
8. Разложить в ряд Тейлора функцию $f(x) = (x-1)^3$ в окрестности точки $x_0 = 2$.
9. Чему равен коэффициент a_3 ряда Фурье функции $f(t) = t$ на отрезке $[-\pi, \pi]$?
10. Комплексная форма ряда Фурье функции $f(t)$ имеет вид $\sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega t}$, где $C_0 = 3$ и $C_n = \frac{2}{n^2} - \frac{i}{n^4}$, если $n \neq 0$. Является ли функция $f(t)$ комплексной или вещественно значащей?

ЗАДАЧИ

1. Найти вронскиан двух решений ОЛДУ $y'' + y' \operatorname{ctg} x + xy = 0$.
2. Решить задачу Коши операционным методом $\{x' - x = 2te^t, x(0) = 0\}$.
3. Вычислить интеграл $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$ с точностью до 0,002.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Теорема об изменении масштаба.

БИЛЕТ №9

ВОПРОСЫ

1. Под каким углом интегральные кривые ДУ $y' = \cos(xy)$ пересекают координатные оси?
2. Решить задачу Коши $xy' = y$, $y(3) = 2$.
3. Найти оригинал функции $F(p) = \frac{e^{-3p}}{4p-8}$.
4. Найти изображение функции $tf(t)$, если $f(t) \div e^{-p}/(p+1)$.
5. Исследовать ряд на сходимость. $\sum_{n=1}^{\infty} \cos(\pi/n)$.
6. $0 \leq u_n \leq v_n \forall n$. Является ли сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ необходимым условием сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$?
7. Оцените радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} c_n(x-2)^n$, если известно, что он сходится в точке $x = 3$ и расходится при $x = 4$.
8. Чему равен коэффициент a_0 ряда Фурье функции $f(t) = |t|$ на отрезке $[-\pi, \pi]$?
9. Чему равен коэффициент b_3 ряда Фурье функции $f(t) = \cos t$ на отрезке $[-1, 1]$.
10. Чему равно $S(-1)$, где $S(t)$ сумма ряда Фурье функции $f(t) = \eta(t+1)$ на отрезке $[-\pi, \pi]$?

ЗАДАЧИ


1. Решить задачу Коши: $4y'' + y = 0$, $y(\pi) = 0$, $y'(\pi) = 1$.
2. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln^2(n+1)}$ на сходимость.
3. Получить пять первых членов разложения решения задачи Коши $\begin{cases} y'' = x + y^2 \\ y(0) = 1, y'(0) = -1 \end{cases}$ в ряд Тейлора в окрестности начальной точки.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Теорема о дифференцировании оригинала.

БИЛЕТ №10

ВОПРОСЫ

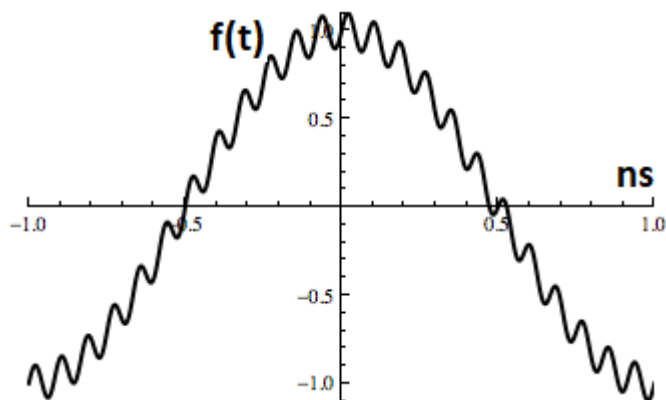
1. Найти общее решение ДУ: $y'' + 2y' + (1 + \pi^2)y = 0$
2.  Может ли график вронскиана, построенного на двух решениях ОЛДУ второго порядка иметь такой вид?
3. Найти изображение $\int_0^t \tau^3 e^{-2\tau} d\tau \div ?$
4. Если $f(t) \div e^{-2p}/p$, то $f(t/2) \div ?$
5. Исследовать ряд на сходимость. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{5n+4}$.
6. Является ли расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ необходимым условием расходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$?
7. Если разложение функции в ряд Маклорена имеет вид $f(x) = 2x - 3x^2 + 4x^3 - \dots$, то $f'''(0) = ?$
8. Выразить через интеграл коэффициент b_4 ряда Фурье функции $f(t) = e^{-2t}$ на отрезке $[-\pi/2, \pi/2]$
9. $c_2 = -1 + 3i, c_{-2} = 5 + 4i$ – коэффициенты ряда Фурье в комплексной форме функции $f(t)$. Чему равны коэффициенты a_2, b_2 тригонометрического ряда Фурье этой же функции?
10. По графику (см. на обороте) сигнала $f(t)$ с периодом $2(ns)$ оцените его амплитудный спектр и частоту основного тона.

ЗАДАЧИ

1. Решить задачу Коши $y' + y \operatorname{tg} x = \frac{2}{\cos x}, y(0) = 3$.
2. Решить задачу Коши операционным методом: $x' - 2x = \cos t, x(0) = 0$.
3. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-x)^n}{n+1}$.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Теорема о дифференцировании изображения..



БИЛЕТ №11

ВОПРОСЫ

1. Является ли функция $y = \sin x$ решением ДУ $(y')^2 - y^2 = 1$?
2. Является ли ДУ $y' = x^3 + y^4 - x^3 y^4$ уравнением с разделяющимися переменными?
3. Если $y = 1, y = \ln x$ являются решениями ДУ $y''x + y' = 0$, то его общим решением будет...?
4. Найти изображение функции $f(t) = tsint$.
5. Найти изображение $f(2t)$, если $f(t) \div \frac{4p}{8p^3 - 4p^2 + 1}$.
6. Найти общий член ряда, если его частичная сумма равна $S_n = \frac{n+1}{n}$.
7. Какова область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x^n}$?
8. Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x) = (1 + 3x)^2$.
9. Преобразуйте в амплитудно-фазовую форму отрезок ряда Фурье $5(1 \cos 6t + \sqrt{3} \sin 6t)$.
10. Чему равняется $S(2)$, где $S(t)$ сумма ряда Фурье функции $f(t) = 1 + 2t$ на отрезке $[-2, 2]$?

ЗАДАЧИ

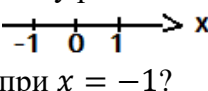
1. Найти общее решение ДУ: $y'' - 6y' + 13y = 4e^{3x}$.
2. Решить задачу Коши операционным методом: $\{x' + x = e^t, x(0) = 1$.
3. Исследовать ряд на сходимость: $\sum_{n=1}^{\infty} e^{2/n}$.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Теорема запаздывания.

БИЛЕТ №12

ВОПРОСЫ

1. Решить задачу Коши: $2y' = e^{x-2y}$, $y(0) = 0$.
2. Общим решением какого ОЛДУ является функция $y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x$?
3. Если $y = x^2/4$ является решением ДУ $y''x + y' = x$, то решением $y''x + y' = 4x$ будет...?
4. Найти изображение $f(t) = e^{-t} \cos 2t - t^3 - 3/e^{4t} + 7$.
5. Найти оригинал: $\frac{pe^{-p}}{p^2+4} \div ?$
6. Что можно сказать о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, если $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -0,2$?
7. Чему равняется $S_n + R_n$, где S_n частичная сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{4^n}$, а R_n его остаток?
8.  Может ли степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty} c_n(x-1)^n$ сходиться в точках $x = 0$ и расходиться при $x = -1$?
9. Если разложение функции в ряд Тейлора имеет вид $f(x) = 5 + (x-1)/2 - (x-1)^2/4 + (x-1)^3/3 - \dots$, то $f''(1) = ?$
10. Чему равняется $S(-8)$, где $S(t)$ сумма ряда Фурье функции $f(t) = 2 + t$ на отрезке $[-2,2]$?

ЗАДАЧИ

1. Найти вронскиан двух решений ОЛДУ $xy'' - y' + ux^3 = 0$.
2. Решить интегральное уравнение $\int_0^t y(t-\tau)e^{-\tau} d\tau = te^t$.
3. Найти коэффициент b_1 разложения в ряд Фурье функции $f(t) = \begin{cases} 2, & -\pi \leq t < 0 \\ -1, & 0 \leq t \leq \pi \end{cases}$.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Теорема об интегрировании оригинала.

БИЛЕТ №13

ВОПРОСЫ

1. Общим решением какого ДУ является функция $y^2 = Cx$?
2. Общим решением какого ОЛДУ является функция $y = C_1 + C_2 e^{-2x}$?
3. Если $y = x$ является решением ДУ $y''x + y' = 1$, то решением $y''x + y' = 3$ будет...?
4. Является ли функция $f(t) = e^{(2+5i)t} \eta(t+1)$ оригиналом?
5. Если $f(t) \div \frac{e^{-p}}{p+1}$, то $e^t f(t) \div$?
6. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-3\sqrt{n}}{n^2}$ на сходимость.
7. Оцените радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} c_n (x+2)^n$, если известно, что он сходится в точке $x = 0$ и расходится при $x = -5$.
8. Если разложение функции в ряд Тейлора имеет вид $f(x) = -5 + (x+1)/2 - (x-1)^2/4 + (x-1)^3/3 - \dots$, то $f'''(1) =$?
9. Выразить через интеграл коэффициент c_4 ряда Фурье в комплексной форме функции $f(t)$ на отрезке $[-2\pi, 2\pi]$.
10. Чему равняется $S(5)$, где $S(t)$ сумма ряда Фурье функции $f(t) = 3 - t$ на отрезке $[-1, 1]$?

ЗАДАЧИ

1. Решить задачу Коши: $y' - \frac{2y}{x} = 3x^4$, $y(-1) = 4$.
2. Решить задачу Коши операционным методом: $\{x' - 3x = 2, x(0) = -5$.
3. Найти сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} 3 \sin^2 1 \cos^{2n} 1$.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Геометрическая прогрессия и ее сходимость. Сумма членов геометрической прогрессии.

БИЛЕТ №14

ВОПРОСЫ

1. Решить задачу Коши: $yu' + x = 0$, $y(2) = 0$.
2. Если $y = x^2/4$ является решением ДУ $y''x + y' = x$, $y = 1$ решением ДУ $y''x + y' = 0$, то $y = 3 + x^2/4$ будет решением ДУ..?
3. Найти оригинал: $\frac{e^{-p/3}}{p^2+1} \div ?$
4. Является ли функция $f(t) = e^{t^3}\eta(t)$ оригиналом?
5. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{5}{4^n} + \frac{2}{(-3)^n})$.
6. Является ли расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ достаточным условием расходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$?
7. Сколько членов ряда $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^2}$ надо сложить, чтобы частичная сумма S_n отличалась от суммы ряда S не более чем на 0,01?
8. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} (x-3)^n/n!$
9. Чему равно $S(3\pi)$, где $S(t)$ сумма ряда Фурье функции $f(t) = 1 + \eta(t)$ на отрезке $[-\pi, \pi]$.
10. Чему равен коэффициент c_0 ряда Фурье функции $f(t) = 1 + \eta(t)$ на отрезке $[-1, 1]$?

ЗАДАЧИ

1. Найти общее решение ДУ: $y'' + 4y = -10 \cos 3x$.
2. Решить интегральное уравнение: $\cos t + \int_0^t y(\tau) \sin(t-\tau) d\tau = y(t)$.
3. Получить четыре первых члена разложения решения задачи Коши $\begin{cases} y' = y^3 + x^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$ в ряд Тейлора в окрестности начальной точки

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Теорема о линейных операциях над числовыми рядами.

БИЛЕТ №15

ВОПРОСЫ

1. Под каким углом интегральные кривые ДУ $y' = \sin(xy) + \operatorname{tg}68^\circ$ пересекают ось OY ?
2. Если $y = x$ является решением ДУ $y''x + y' = 1$, а $y = -2$ - решение ДУ $y''x + y' = 0$, то решением какого ДУ будет $y = 6 + x$?
3. Найти вронскиан двух решений ОЛДУ $y'' \operatorname{ctg}x + xy = 0$.
4. Найти изображение $f(3t)$, если $f(t) \div \frac{3p^2}{27p^3 - 9p^2 + 5}$
5. Может ли функция $F(p) = \frac{p+1}{\cos p}$ быть изображением?
6. Чему равняется $S_n + R_n$, где S_n частичная сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(-2)^n}$, а R_n его остаток?
7. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} (3+x)^n n!$
8. Разложить в ряд Тейлора функцию $f(x) = (x-1)^3$ в окрестности точки $x_0 = -1$.
9. Чему равен коэффициент a_4 ряда Фурье функции $f(t) = \operatorname{sint}$ на отрезке $[-1,1]$.
10. Преобразуйте в амплитудно-фазовую форму отрезок ряда Фурье $4\sqrt{3}\cos \pi t - 4 \sin \pi t$.

ЗАДАЧИ

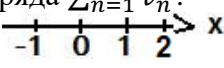
1. Решить задачу Коши: $y'' - 2y' + y = 0$, $y(1) = 0$, $y'(1) = e$.
2. Решить задачу Коши операционным методом: $\{x' - x = 3e^{2t}, x(0) = 0$.
3. Вычислить интеграл $\int_0^{-1} \frac{e^{2x} - 1}{x} dx$ с точностью до 0,25.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Необходимый признак сходимости, достаточное условие расходимости числового ряда.

БИЛЕТ №16

ВОПРОСЫ

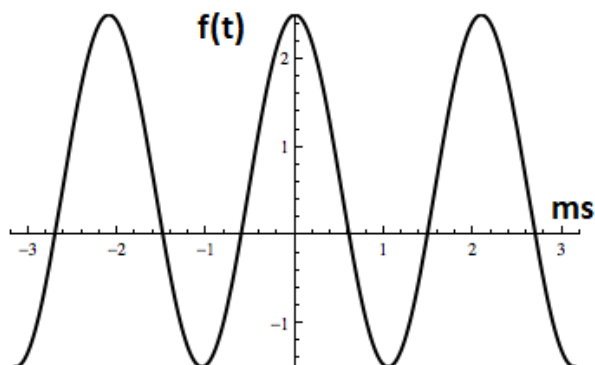
1. Является ли функция $y = \sin x$ решением ДУ $(y')^2 + y^2 = 1$?
2. Шарик на пружине смещают на 5см от положения равновесия и отпускают. Какие начальные условия надо поставить для того, чтобы определить траекторию движения?
3. Найти общее решение ДУ: $y'' + 2\sqrt{2}y' + 2y = 0$.
4. Если $y = 1$, $y = \ln x$ являются решениями ДУ $y''x + y' = 0$, то решением какого ДУ будет
а. $y = 3\ln x - 2$?
5. Найти изображение функции $f(t) = 5 - t^2e^{-2t} + 3\sin t - \cos 4te^{2t}$.
6. Найти изображение функции $f(t) = e^{t-1}\eta(t-1)$.
7. При каких m сходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n^m$?
8. $0 \leq u_n \leq v_n \forall n$. Является ли расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ необходимым условием расходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$?
9.  Может ли степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty} c_n x^n$ сходиться в точках $x = 1, 2$ и расходиться при $x = -1$?
10. По графику (см. на обороте) сигнала $f(t)$ с периодом 2π (ms) оцените его амплитудный спектр и частоту основного тона.

ЗАДАЧИ

1. Решить задачу Коши операционным методом: $\{x'' - x' - 2x = 0, x(0) = 0, x'(0) = 3$.
2. Вычислить $\frac{1}{e}$ с точностью до 0.01.
3. Найти коэффициент b_1 разложения в ряд Фурье по синусам функции $f(x) = 4\cos^3 x, x \in [0; \pi]$.

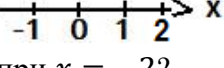
ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Остаток ряда, теорема о сходимости ряда и его остатка. Свойства остатка.



БИЛЕТ №17

ВОПРОСЫ

1. Является ли функция $y = 3x^2$ решением ДУ $y' - 3\frac{y}{x} = 0$?
2. Является ли ДУ $y' = 2^{x+y}$ уравнением с разделяющимися переменными?
3. Являются ли линейно независимыми функции $y = \ln x, y = \ln x^2$?
4. Может ли функция $F(p) = \frac{p}{\sin p}$ быть изображением?
5. Найти изображение функции $f(t) = t \cos 2t$.
6. Найти изображение функции $f(t) = 2\eta(t-1) - (t-2)\eta(t-2)$.
7. Является ли условие $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = q > 1$ необходимым для расходимости положительного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$?
8. Сколько членов ряда $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{4^k}$ надо сложить, чтобы частичная сумма S_n отличалась от суммы ряда S не более чем на $1/104$?
9.  Может ли степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty} c_n(x+1)^n$ сходиться в точке $x = 2$ и расходиться при $x = -2$?
10. Постройте над отрезком $[-3; 3]$ график суммы $S(t)$ ряда Фурье, построенного по функции $f(t) = t^2$, где $t \in [-1, 1]$.

ЗАДАЧИ

1. Решить задачу Коши: $y' - \frac{y}{x+1} = x^2 - 1, y(0) = 1$.
2. Получить четыре первых члена разложения решения задачи Коши $\{y' = \sin x + y^2, y(0) = 1$ в ряд Маклорена.
3. Найти коэффициент a_1 разложения в ряд Фурье функции $f(x) = 3 \sin^2 x, x \in [-\pi; \pi]$.

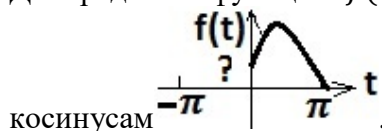
ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Формулировка и доказательство интегрального признака сходимости положительного ряда.

БИЛЕТ №18

ВОПРОСЫ

1. Решить задачу Коши: $xy' = \frac{2}{\cos y}$, $y(1) = 0$.
2. Общим решением какого ОЛДУ является функция $y = C_1 e^{x\sqrt{2}} + C_2 e^{x\sqrt{3}}$?
3. Является ли ДУ $y'' \cos^2 x - 2y - 5 = 0$ линейным, однородным?
4. Найти изображение свертки функций $e^t * e^{-t}$.
5. Найти изображение $f(t/2)$, если $f(t) \div \frac{4p}{p^3 - 2p^2 + 8}$.
6. Чему равен предел $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$, где S_n частичная сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$?
7. Сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \ln^n \pi$?
8. Сколько членов ряда $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{\sqrt[3]{k}}$ надо сложить, чтобы частичная сумма S_n отличалась от суммы ряда S не более чем на $0,1$?
9. Разложить в ряд Тейлора функцию $f(x) = (x - 1)^3$ в окрестности точки $x_0 = -1$.
10. Доопределите функцию $f(t)$ на отрезок $[-\pi; 0]$ так, чтобы она разлагалась в ряд Фурье только по



ЗАДАЧИ

1. Найти вронскиан двух решений ОЛДУ $y'' + \frac{y'}{x} + xy = 0$.
2. Решить интегральное уравнение: $t + \int_0^t y(t - \tau) d\tau + y(t) = 0$.
3. Найти коэффициент c_1 разложения в ряд Фурье в комплексной форме функции $f(t) = t$, $t \in [-\pi; \pi]$.

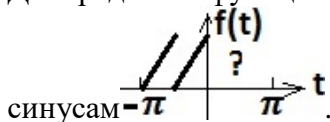
ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Теорема сравнения для положительного ряда. Формулировка предельной формы теоремы.

БИЛЕТ №19

ВОПРОСЫ

1. Общим решением какого ДУ является функция $y = C/x$?
2. Являются ли линейно независимыми функции $y = \ln x, y = \lg x$?
3. Является ли ДУ $y'' \cos^2 x - y' = 2y$ линейным, неоднородным?
4. Линейной комбинацией каких функций является оригинал $f(t)$, если $F(p) = \frac{4p+5}{(p^2+1)(p^2-1)}$?
5. Найти изображение свертки функций $(t+1) * (t-1) \div$?
6. Является ли необходимым условием сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ условие $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 2$?
7. При каких m сходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{1-m}}$?
8. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{3}{(-2)^n} - \frac{2}{3^n})$.
9. Оцените радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} c_n x^n$, если известно, что он сходится в точке $x = 5$ и расходится при $x = -7$.
10. Доопределите функцию $f(t)$ на отрезок $[0; \pi]$ так, чтобы она разлагалась в ряд Фурье только по



ЗАДАЧИ

1. Решить задачу Коши: $y' \operatorname{ctg} x + 2 = y, y(0) = -1$.
2. Решить задачу Коши операционным методом: $x' - 2x = 3, x(0) = 1$.
3. Найти коэффициент c_{-1} разложения в ряд Фурье в комплексной форме функции $f(t) = t, t \in [-\pi; \pi]$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда.

БИЛЕТ №20

ВОПРОСЫ

1. Решить задачу Коши: $y' = y^2 \cos(x - 3)$, $y(3) = -1$.
2. Являются ли линейно независимыми функции $y = \ln x$, $y = \ln 2x$?
3. Если $y = 1 + x \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{tg} x$ являются решениями ДУ $y'' \cos^2 x - 2y = 0$, а $y = x$ решением уравнения $y'' \cos^2 x - 2y = -2x$, то его общим решением будет функция...?
4. Линейной комбинацией каких функций является оригинал $f(t)$, если $F(p) = \frac{4p+5}{(p^2-p)(p^2+4)}$?
5. $1 * f(t) = \sin t$. $f(t) = ?$
6. Является ли необходимым условием сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ сходимости рядов $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$?
7. Какое заключение относительно сходимости положительного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ можно сделать, если $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{u_{n+1}} = q < 1$?
8. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} c_n x^n$ равен 3. Каков интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} c_n \frac{x^{n+1}}{n+1}$?
9. Если $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-3)^n}{(n+1)(n+2)}$, то $f'(3) = ?$
10. Постройте над отрезком $[-3; 3]$ график суммы $S(t)$ ряда Фурье, построенного по функции $f(t) = \{t\}$, где $t \in [-1, 1]$.

ЗАДАЧИ

1. Найти общее решение ДУ: $y'' + 4y' - 5y = 2e^x$.
2. Решить интегральное уравнение: $\cos t + \int_0^t y(t - \tau) \sin \tau d\tau = y(t)$.
3. Найти коэффициент c_1 разложения в ряд Фурье в комплексной форме функции $f(t) = \begin{cases} 2, & 0 \leq t \leq 2\pi \\ -1, & -2\pi \leq t < 0 \end{cases}$.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Знакопередающиеся ряды. Формулировка и доказательство признака Лейбница. Оценка остатка.

БИЛЕТ №21

ВОПРОСЫ

1. Шарик на пружине проскакивает положение равновесия со скоростью 7см/сек. Какие начальные условия надо поставить, для того, чтобы определить траекторию движения?
2. Если функция $y = C_1 \ln x + C_2 + x$ является общим решением ДУ $y''x + y' = 1$, то решением какого ДУ будет $y = 3 \ln x - 2$?
3. Найти общее решение ДУ: $y'' - 2\sqrt{2}y' + 3y = 0$.
4. Найти изображение функции $f(t) = 4 + 3t^3 \cdot e^{-t} - 5e^{4t} \cdot \cos(t/2)$.
5. $3 * f(t) = 2t$. $f(t) = ?$
6. Если $f(t) \div e^{-3p}/p$, то $tf(t) \div ?$
7. Является ли достаточным условием сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ сходимости рядов $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$?
8. Какое заключение относительно сходимости положительного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ можно сделать, если $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{1/\sqrt{n^3}} = 1.7$?
9. Сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x+7}{x+8}\right)^n$ в точке $x = -10$?
10. По графику (см. на обороте) сигнала $f(t)$ с периодом $2\pi(\mu\text{s})$ оцените его амплитудный спектр и частоту основного тона.

ЗАДАЧИ

1. Решить задачу Коши: $xy' - 2y = 2x^4 e^{x^2}$, $y(1) = e$.
2. Вычислить интеграл $\int_0^{0.1} \frac{\ln(1+2x)}{x} dx$ с точностью до 0,001.
3. Найти коэффициент c_{-1} разложения в ряд Фурье в комплексной форме функции $f(t) = \begin{cases} 2, & 0 \leq t \leq 2\pi \\ -1, & -2\pi \leq t < 0 \end{cases}$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Степенные ряды. Формулировка и доказательство теорема Абеля.

БИЛЕТ №22

ВОПРОСЫ

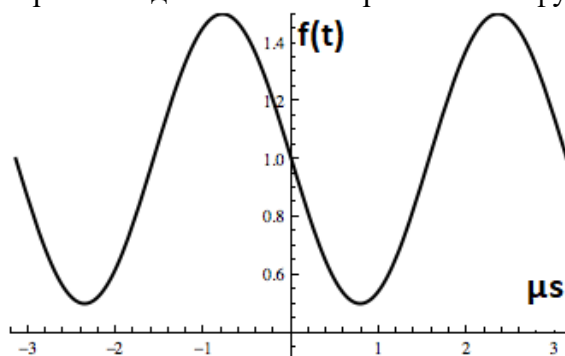
1. Под каким углом интегральные кривые $ДУ y' = \frac{2y+3x}{2y+xy^2}$ пересекают ось OY ?
2. Найти общее решение $ДУ: 2y'' - 5y' + 2y = 0$.
3. Является ли система $1, x, e^x$ решений некоторого ОЛДУ 3-го порядка линейно зависимой?
4. $e^{2t} * f(t) = t^2$. $F(p) = ?$
5. Может ли функция $F(p) = tgp$ быть изображением?
6. Чему равняется остаток R_9 ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(-2)^n}$?
7. $0 \leq u_n \leq v_n \forall n$. Является ли расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ достаточным условием расходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$?
8. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} c_n(x-1)^n$ равен 2. Каков интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} c_n x^n$?
9. Комплексная форма ряда Фурье функции $f(t)$ имеет вид $\sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega t}$, где $C_0 = 0$ и $C_n = \frac{2i}{n^3}$, если $n \neq 0$. Является функция $f(t)$ комплексно- или вещественно-значущей?
10. Постройте над отрезком $[-6; 6]$ график суммы $S(t)$ ряда Фурье, построенного по функции $f(t) = [t]$, где $t \in [-2, 2]$.

ЗАДАЧИ

1. Решить задачу Коши $xy' + y = e^{2x}$, $y(1) = 0$.
2. Решить интегральное уравнение: $3 \int_0^t (t-\tau)^2 y(\tau) d\tau = t^3$.
3. Установить характер сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{(-4)^n}$, если он сходится.

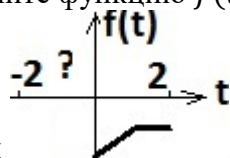
ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Доказательство теоремы о единственности разложения функции в степенной ряд.



БИЛЕТ №23
ВОПРОСЫ

1. Какова область задания ДУ $y' = \sqrt{y} \arcsin x$?
2. Какие начальные условия были поставлены в нулевой момент времени при решении уравнения движения (2-й закон Ньютона) материальной точки, траектория которой оказалась $x(t) = e^{-t} \cos t$?
3. Если функция $y = C_1 \ln x + C_2 + x$ является общим решением ДУ $y''x + y' = 1$, то решением какого ДУ будет функция $y = -2 \ln x + 3$?
4. Найти изображение: $\int_0^t \cos 3\tau e^{-\tau} d\tau \div ?$
5. Если $f(t) \div e^{-2p}/(p+1)$, то $tf(t) \div ?$
6. Является ли необходимым условием сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 10a_n$?
7. Какое заключение относительно сходимости положительного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ можно сделать, если $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{1/\sqrt{n}} = 0.7$?
8. Комплексная форма ряда Фурье функции $f(t)$ имеет вид $\sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega t}$, где $C_n = (\frac{3}{n^3} + \frac{i}{n^2})$, если $n \neq 0$, и $C_0 = i$. Является ли функция $f(t)$ чисто комплексной- или вещественно-значущей?
9. Преобразуйте в амплитудно-фазовую форму отрезок ряда Фурье $4\sqrt{3} \cos \pi t - 4 \sin \pi t$.
10. Доопределите функцию $f(t)$ на отрезок $[-2; 0]$ так, чтобы она разлагалась в ряд Фурье только по



косинусам

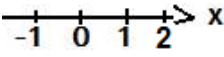
.ЗАДАЧИ

1. Решить задачу Коши: $2 \sin^2 x (y+2)y' + 1 = 0$, $y(\frac{\pi}{4}) = -1$.
2. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln(n+1)}$ на сходимость.
3. Вычислить $\sqrt{112}$ с точностью до 0.02.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Свойство линейности преобразования Лапласа.

БИЛЕТ №24
ВОПРОСЫ

1. Является ли ДУ $y' = \frac{3y-x^3y}{x^2+2x^2y^4}$ уравнением с разделяющимися переменными?
2. Какая из функций e^{-3x} , e^{3x} , $\sqrt[3]{x}$ может быть решением задачи Коши с начальными условиями $y(0) = 1, y'(0) = 3$?
3. Если функция $y = C_1 \ln x + C_2 + x$ является общим решением ДУ $y''x + y' = 1$, то $y = x + 3$ будет решением ДУ...?
4. Найти оригинал функции $F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2}$.
5. Если $f(t) \div \frac{2p+1}{4p^2+2p}$, то $2f(2t) \div ?$
6. Найти общий член ряда, если его частичная сумма равна $S_n = 3 + (-2)^n$.
7. Является ли достаточным условием сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 4a_n$?
8.  Может ли степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty} c_n(x-2)^n$ сходиться в точках $x = 0, 1$ и расходиться при $x = -1$?
9. Преобразуйте в амплитудно-фазовую форму отрезок ряда Фурье $0,2(-3 \cos 2t + 4 \sin 2t)$.
10. Чему равен коэффициент c_1 разложения в ряд Фурье в комплексной форме функции $f(t) = \sin t, t \in [-\pi; \pi]$.

ЗАДАЧИ

1. Решить задачу Коши: $9y'' - 6y' + y = 0, y(3) = e, y'(3) = e/3$.
2. Установить характер сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{n+1}{3n+2}\right)^n$, если он сходится.
3. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Признак линейной независимости решений однородного ЛДУ.

БИЛЕТ №25

ВОПРОСЫ

1. В каких точках не выполняются условия теоремы существования и единственности для ДУ $y' = \ln(x - y)$?
2. Какие начальные условия надо поставить, чтобы найти интегральную кривую ДУ 2-ого порядка, в точке пересечения оси ОУ имеющую касательную $y = 0,3x - 0,6$?
3. Является ли система $e^x, \sin x, \cos x$ решений некоторого ОЛДУ 3-ого порядка линейно зависимой?
4. Найти изображение $\int_0^t \tau^4 e^{2\tau} d\tau \div ?$
5. Найти изображение функции $f(t) = t \cos t$.
6. Сходится ли ряд, если его частичная сумма равна $S_n = \sin n$?
7. Является ли необходимым условием сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ условие $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq -1$?
8. Оцените радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} c_n (x + 2)^n$, если известно, что он сходится в точке $x = 3$ и расходится при $x = 4$.
9. Чему равно $S(1)$, где $S(t)$ сумма ряда Фурье функции $f(t) = 2^t$ на отрезке $[-3, 3]$?
10. Коэффициенты $a_3 = 7 - i$, $b_3 = -7 - 3i$ тригонометрического ряда Фурье комплексной функции $f(t)$. Чему равны коэффициенты c_3, c_{-3} ряда Фурье в комплексной форме этой же функции?

ЗАДАЧИ

1. Найти общее решение ДУ: $2y'' - 5y' + 2y = 2x + 3$.
2. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{\ln(n+1)}}$ на сходимость.
3. Найти коэффициент c_{-1} разложения в ряд Фурье в комплексной форме функции $f(t) = e^t, t \in [-\pi; \pi]$.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Вывод формул Эйлера-Фурье.

БИЛЕТ №26
ВОПРОСЫ

1. Какие начальные условия были поставлены в нулевой момент времени при решении уравнения движения (2-й закон Ньютона) материальной точки, траектория которой оказалась $x(t) = 2 + te^{-t}$?
2. Общим решением какого ДУ является функция $y = Cx^2$?
3. Функция $y = 5\sin 2x - 4\cos 2x$ является решением ДУ $y'' - 4y' + y = 328\sin 2x$, а решением $y'' - 4y' + y = 10x$ - функция $y = x/2$. Какая функция будет решением ДУ $y'' - 4y' + y = 164\sin 2x - 20x$?
4. Линейной комбинацией каких функций является оригинал $f(t)$, если $F(p) = \frac{5p^2 - 2p + 3}{(p^2 - 2p + 2)(p + 1)}$?
5. Является ли функция $f(t) = e^{(2+5i)t}\eta(t-1)$ оригиналом?
6. Сходится ли ряд, если его частичная сумма равна $S_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$? Является ли он знакопостоянным?
7. Является ли необходимым условием расходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ условие $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$?
8. Если $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2^n(2n-1)}$, то $f^{(4)}(-1) = ?$
9. Чему равно $S(-1)$, где $S(t)$ сумма ряда Фурье функции $f(t) = 2^{t+1}$ на отрезке $[-3, 3]$?
10. $c_3 = 2 + 3i$, $c_{-3} = 5 - 4i$ – коэффициенты ряда Фурье в комплексной форме функции $f(t)$. Чему равны коэффициенты a_3, b_3 тригонометрического ряда Фурье этой же функции?

ЗАДАЧИ

1. Найти общее решение ДУ: $y'' + y' = (2x + 1)e^{-x}$.
2. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \exp \frac{n(1-n)}{n+2}$.
3. Найти коэффициент a_3 разложения в ряд Фурье функции $f(t) = \begin{cases} 2, & -\pi \leq t < 0 \\ -1, & 0 \leq t \leq \pi \end{cases}$.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Лемма о линейности дифференциального оператора.

БИЛЕТ №27

ВОПРОСЫ

1. Какие начальные условия надо поставить, чтобы найти интегральную кривую ДУ 2-ого порядка, касающуюся оси ОХ в точке $x = 1$?
2. Решить задачу Коши $-3y' = e^{x+3y}$, $y(0) = 0$.
3. Функция $y = xe^x$ является решением ДУ $y'' - 3y' + 2y = e^x$, а решением $y'' - 3y' + 2y = 12e^{-2x}$ - функция $y = e^{-2x}$. Какая функция будет решением ДУ $y'' - 3y' + 2y = 3e^x - 4e^{-2x}$?
4. Линейной комбинацией каких функций является оригинал $f(t)$, если $F(p) = \frac{5p^2 - 2p + 3}{(p^2 - 2p + 2)(p + 1)}$?
5. Найти изображение $f(3t)$, если $f(t) \div \frac{18p^2}{27p^3 - 9p^2 + 7}$
6. При каких m сходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{m-1}}$?
7. Является ли достаточным условием расходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ условие $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0,1$?
8. Если $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{3 \cdot 2^{n-1}}$, то $f'''(2) = ?$
9. По графику (см. на обороте) сигнала $f(t)$ с периодом $2(ns)$ оцените его амплитудный спектр и частоту основного тона.
10. Преобразуйте в амплитудно-фазовую форму отрезок ряда Фурье $5(-\cos 3t - \sin 3t)$.

ЗАДАЧИ

1. Найти общее решение ДУ $4y'' - 3y' - y = 2e^x$.
2. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\left(\frac{16n+7}{9n+1}\right)^n}$ на сходимость.
3. Найти коэффициент c_1 разложения в ряд Фурье в комплексной форме функции $f(t) = e^t$, $t \in [-\pi; \pi]$.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Теорема о дифференцировании оригинала.

БИЛЕТ №28

ВОПРОСЫ

1. Общим решением какого ДУ является функция $y = Cx$?
2. Является ли система $3, 2x, x^2$ решений некоторого ОЛДУ линейно зависимой?
3. Решить задачу Коши $-3y' = e^{x+3y}, y(0) = 0$.
4. Линейной комбинацией каких функций является оригинал $f(t)$, если $F(p) = \frac{-2p+3}{(p^2-2p+1)(p+1)}$?
5. Найти изображение: $\int_0^t \sin 2\tau e^\tau d\tau \div ?$
6. Сходится ли ряд, если его частичная сумма равна $S_n = \ln(n+1)$?
7. Является ли достаточным условием сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (2a_n - 3b_n)$ сходимости рядов $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n$?
8. Какое заключение относительно сходимости положительного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ можно сделать, если $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2u_{n+1}}{u_n} = 1.8$?
9. Комплексная форма ряда Фурье функции $f(t)$ имеет вид $\sum_{n=-\infty}^{\infty} (\frac{2}{n^3+2} + \frac{i}{n^2+1}) e^{in\omega t}$. Является ли функция $f(t)$ комплексно- или вещественнозначущей?
10. Преобразуйте в амплитудно-фазовую форму отрезок ряда Фурье $-\cos 3\pi t - \sin 3\pi t$.

ЗАДАЧИ

1. Найти общее решение ДУ $3y'' + 5y' - 2y = 4e^{-2x}$.
2. Решить задачу Коши операционным методом: $\{x'' + x' - 2x = 0, x(0) = -3, x'(0) = 1\}$.
3. Найти коэффициент a_4 разложения в ряд Фурье функции $f(t) = \begin{cases} 5, & -2\pi \leq t < 0 \\ -3, & 0 \leq t \leq 2\pi \end{cases}$.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

*Необходимый признак сходимости, достаточное условие расходимости числового ряда.

